APRIL/MAY 2024

CAMA25B/FAMA25B/BAMA25B — MATHEMATICAL FOUNDATION – II (Allied)

Shanmuga Industries Arts & Science College T.V.Malai

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.

1. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ then find A^2.

   $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ எனில் A^2 ஐக் கண்டுபிடி.

2. Compute the inverse of matrix $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$.

   $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ இன் நேர்மாறு அணியை கணக்கிக.

3. State Cayley-Hamilton theorem.

   கேலி-ஹாமில்டன் தேற்றம் கூறுக.

4. Two of the Eigen value of $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ are 2 and 8. Find the third eigen value.

$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ கொடுக்கப்பட்ட அணியின் இரண்டு eigen மதிப்புகள் 2 மற்றும் 8 ஆகும். மூன்றாவது eigen மதிப்பைக் கண்டறி.

5. Evaluate $\int \frac{2x-3}{6x^2} dx$.

மதிப்பிடுக $\int \frac{2x-3}{6x^2} dx$.

6. Evaluate $\int (x^2-1)^2 dx$.

மதிப்பிடுக $\int (x^2-1)^2 dx$.

7. Find the value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$.

17. Verify Cayley-Hamilton theorem find A^4 when $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ இன் A^4 மதிப்பை கண்டுபிடித்து கெய்லி-ஹாமில்டன் தேற்றம் சரிபார்க்கவும்.

18. Evaluate $\int \frac{1}{x^2+3x+2} dx$.

மதிப்பிடுக $\int \frac{1}{x^2+3x+2} dx$.

19. Find the reduction formula for $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$ க்கான குறைப்பு சூத்திரத்தைக் கண்டறிக.

20. Obtain the equation of the tangent plane to the sphere $x^2+y^2+z^2=9$ which can be draw though the line $\frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

$\frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ என்ற கோடு வழியாக வரையக்கூடிய $x^2+y^2+z^2=9$ கோளத்திற்கு தொடு கோடு தளத்தின் சமன்பாட்டைப் பெறவும்.

15. (a) Show that the plane $2x-2y+z=9$ touches the sphere $x^2+y^2+z^2+2x+2y-7=0$.

$2x-2y+z=9$ என்ற தளமானது $x^2+y^2+z^2+2x+2y-7=0$ கோளத்தைத் தொடுவதைக் காட்டு.

Or

(b) Find the equation of the sphere which is tangential to the plane $x-2y-2z=7$ at $(3,-1,1)$ and passes through the point $(1,1,-3)$.

$(3,-1,1)$ என்ற புள்ளியின் $(1,1,-3)$ வழியாக செல்லும் $x-2y-2z=7$ என்ற தளத்திற்கு தொடு நிலையாக அமையும் கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் கண்டறிக.

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. Find the rank of the matrix $\begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \end{bmatrix}$ இன் தரவரிசையைக் கண்டறி.

8. Find the value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{10} x\, dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{10} x\, dx$.

9. Find the equation of the line jointing the points (2,1,3) and (1, –2, 4).

(2,1,3), (1, –2, 4) கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சமன்பாட்டை கண்டறி.

10. What are the intercepts made by the plane $2x+3y+5z+7=0$ on the co-ordinate planes?

$2x+3y+5z+7=0$ என்ற ஒருங்கிணைந்த தளத்தால் உருவாக்கப்படும் தளத்தின் வெட்டுத்துண்டினைக் காண்க.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Discuss the consistency of

$x+y+z=-3$

$3x+y-2z=-2$,

$2x+4y+7z=7$

நிலைத்தன்மையைப் பற்றி விவாதிக்கவும்.

$x+y+z=-3$

$3x+y-2z=-2$,

$2x+4y+7z=7$

Or

(b) Find inverse of $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$.

$A=\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ இன் நேர்மாறு அணியை கண்டுபிடி.

12. (a) Find all the Eigen values and Eigen Vectors of the Matrix $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

அனைத்து Eigen மதிப்புகள் மற்றும் Eigen வெக்டர்கள் ஆகியவற்றைக் கண்டறி $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

Or

(b) Find all the Eigen values and Eigen Vectors of the Matrix $\begin{pmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

அனைத்து Eigen மதிப்புகள் மற்றும் Eigen வெக்டர்கள் ஆகியவற்றைக் கண்டறி $\begin{pmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

13. (a) Evaluate $\int \frac{x^3+2x+1}{x^4}\,dx$.

மதிப்பிடுக $\int \frac{x^3+2x+1}{x^4}\,dx$.

Or

(b) Evaluate $\int x^5 e^x dx$.

மதிப்பிடுக $\int x^5 e^x dx$.

14. (a) Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\,dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\,dx$.

Or

(b) Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x+\tan^2 x\,dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x+\tan^2 x\,dx$.